

Stima della precisione di un ohmetro ad ago

Marco Barbisan

3 dicembre 2013

Un ohmetro è costituito da una batteria (di tensione V_b) con in serie una resistenza R_0 e un (milli)amperometro. R_0 dipende dalla scala dell'ohmetro che è stata scelta, in più può essere variata per calibrare lo zero della scala; per semplicità assumeremo che il valore di R_0 corrisponda a quello ottenuto dopo la calibrazione. La resistenza misurata ai capi dell'ohmetro verrà chiamata R_T .

La corrente misurata dall'amperometro che fa parte dello strumento è

$$I = \frac{V_b}{R_0 + R_T} \quad (1)$$

La resistenza R_T dipende dunque dalla corrente misurata (V_b ed R_0 sono costanti durante la misurazione) secondo la relazione

$$R_T = \frac{V_b}{I} - R_0 \quad (2)$$

L'errore (massimo) sulla resistenza misurata va calcolato secondo la propagazione degli errori:

$$\Delta R_T = \frac{V_b}{I^2} \Delta I \quad (3)$$

Si noti che solo l'errore sulla corrente va considerato, poichè R_0 è impostata dal costruttore, mentre V_b non dev'essere misurata (non serve per il risultato finale). Utilizzando la relazione (1) all'interno della (3) si ottiene

$$\Delta R_T = \frac{(R_0 + R_T)^2}{V_b} \Delta I \quad (4)$$

L'errore sulla corrente va calcolato come per un qualsiasi altro amperometro ad ago:

$$\Delta I = C I_{fs} \cdot 10^{-2} \quad (5)$$

dove C è la classe dello strumento e I_{fs} è la corrente di fondo scala, corrispondente a $R_T = 0\Omega$:

$$I_{fs} = \frac{V_b}{R_0} \quad (6)$$

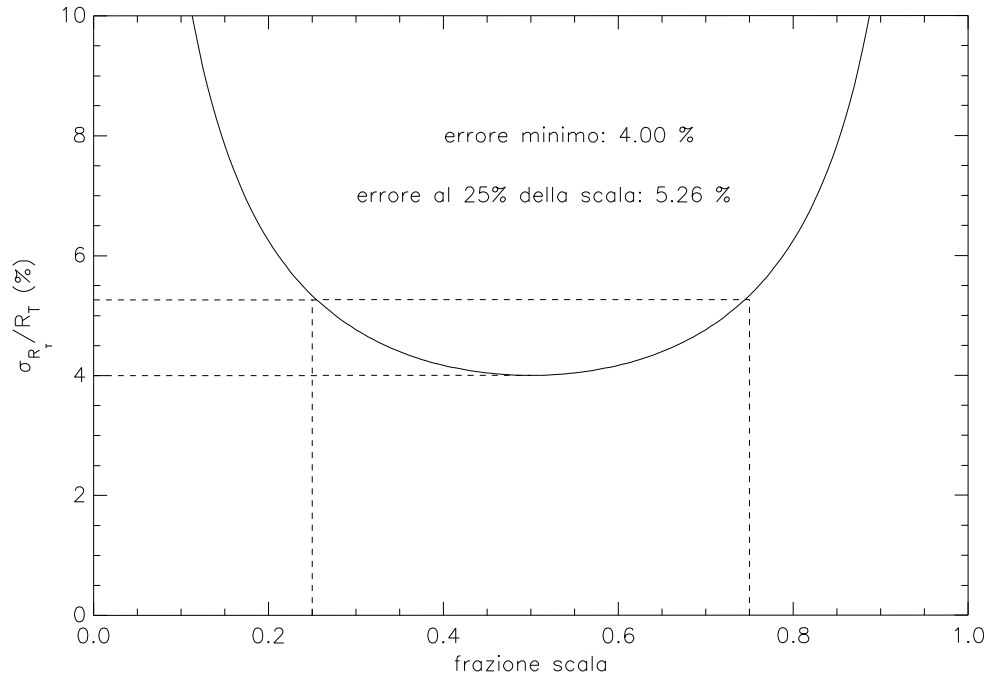
Utilizzando la (5) e la (6) nella (4) si ottiene

$$\Delta R_T = \frac{(R_0 + R_T)^2}{R_0} C \cdot 10^{-2} \quad (7)$$

Resta ora da capire quale sia il valore di R_T . Anzitutto calcoliamo l'errore relativo della misura su R_T :

$$\epsilon_r = \frac{\Delta R_T}{R_T} = \frac{(R_0 + R_T)^2}{R_0 R_T} C \cdot 10^{-2} = \left(\frac{R_0}{R_T} + \frac{R_T}{R_0} + 2 \right) C \cdot 10^{-2} \quad (8)$$

L'andamento di ϵ_r lungo la scala dello strumento (assumendo $C = 1$) è mostrato nella figura; i valori in ascissa vanno da 0 ($I = 0$, $R_T = \infty$) a 1 ($I = I_{fs}$, $R_T = 0$). Si noti che con un ohmetro di classe 1 non sarà mai possibile avere un errore relativo inferiore al 4%.



Come si può vedere, l'errore relativo ha un minimo quando l'ago si trova a metà della scala. In corrispondenza di tale minimo

$$0 = \frac{\partial \epsilon_r}{\partial R_T} = \left(-\frac{R_0}{R_T^2} + \frac{1}{R_0} \right) C \cdot 10^{-2} \quad (9)$$

In questa specifica condizione si ha quindi che $R_T = R_0$. L'ago, quando si trova a metà scala, indica i 25Ω , perciò è proprio questo il valore di R_0 . Questo vale ovviamente per la scala $\Omega x 1$, negli altri casi bisognerà moltiplicare questo valore per un fattore 10,100, ... Secondo la (7) allora, l'errore da associare alle misure di resistenza vale

$$\begin{aligned} \Omega \times 1 \quad \Delta R_T &= \frac{(R_T+25)^2}{25} C \cdot 10^{-2} \\ \Omega \times 10 \quad \Delta R_T &= \frac{(R_T+250)^2}{250} C \cdot 10^{-2} \\ \Omega \times 100 \quad \Delta R_T &= \frac{(R_T+2500)^2}{2500} C \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (10)$$