

# Il potenziale elettrico

Marco Barbisan

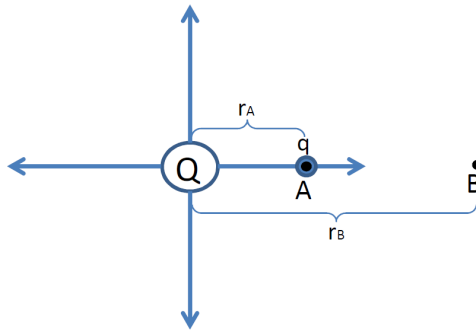
8 novembre 2014

## 1 L'energia potenziale elettrica

Immaginiamo di avere una carica positiva puntiforme  $Q$ , bloccata in un punto, che genera il campo elettrico

$$E = \frac{kQ}{r^2} \quad (1)$$

dove  $r$  è la distanza dalla carica  $Q$ ; poniamo inoltre che la carica di prova  $q$ , mobile nello spazio, sia positiva e si trovi inizialmente nel punto  $A$ , a una distanza  $r_A$  dall'altra carica.



Come è facile prevedere  $Q$  spingerà via  $q$ , idealmente verso una destinazione infinitamente lontana dove la forza di repulsione ( $F = qE$ ) non c'è più. In pratica, quando la carica di prova si trova in  $A$  il campo elettrico sarebbe “disposto” a compiere lavoro pur di portare lontanissimo quella carica. Questa “disponibilità a compiere un certo lavoro” si chiama energia potenziale elettrica, e nel caso in questione vale

$$U_A = \frac{kQ}{r_A} \cdot q \quad (2)$$

Immaginiamo ora che la carica di prova si sposti dal punto  $A$  al punto  $B$ . Nello spostamento il campo elettrico usa una parte dell'energia potenziale per compiere il lavoro necessario.  $U_B$  quindi è minore di  $U_A$  perchè  $B$  si trova più lontano dalla carica che genera il campo elettrico, e questo quindi deve compiere meno lavoro per portare una carica dal punto considerato fino all'infinito. Il lavoro  $W_{AB}$  compiuto dal campo elettrico nel tragitto da  $A$  a  $B$  vale

$$W_{AB} = U_A - U_B = \frac{kQ}{r_A} \cdot q - \frac{kQ}{r_B} \cdot q = -(U_B - U_A) = -\Delta U \quad (3)$$

dove  $\Delta U = U_B - U_A$  è la differenza tra energia potenziale finale ed energia potenziale iniziale. In generale le cariche elettriche cercano di spostarsi da luoghi in cui l'energia potenziale è alta a luoghi in cui l'energia potenziale è minima.

## 2 La differenza di potenziale

Se si osserva l'equazione 2 si può notare che l'energia potenziale è proporzionale alla carica di prova  $q$ . Questo accade in generale, non solo nel caso del campo elettrico prodotto da una carica puntiforme. Come si può vedere

nella formula 3, se  $U$  è proporzionale a  $q$  allora lo sarà anche la differenza di energia potenziale  $\Delta U$  e il lavoro del campo elettrico  $W_{AB}$

$$W_{AB} = -\Delta U = \frac{kQ}{r_A} \cdot q - \frac{kQ}{r_B} \cdot q = \left( \frac{kQ}{r_A} - \frac{kQ}{r_B} \right) \cdot q \quad (4)$$

Il coefficiente di proporzionalità tra parentesi è una grandezza fisica particolare, è la differenza di potenziale tra i punti  $A$  e  $B$ :

$$V_A - V_B = \frac{kQ}{r_A} - \frac{kQ}{r_B} \quad (5)$$

La formula 5 vale solo nel caso del campo elettrico prodotto da una carica puntiforme; in generale, la differenza di potenziale tra i punti  $A$  e  $B$  è data dal rapporto tra il lavoro del campo elettrico e la carica che ha ricevuto questo lavoro:

$$V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q} \quad (6)$$

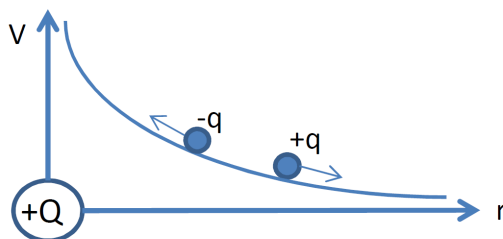
Normalmente però la differenza di potenziale ( $\Delta V$ ) viene data come differenza tra potenziale finale e potenziale iniziale (in questo caso  $\Delta V = V_B - V_A$ ). La formula 6 può quindi essere riscritta così:

$$-\Delta V = \frac{W_{AB}}{q} \quad (7)$$

Quindi, se una carica  $q$  si sposta tra due punti tra i quali c'è una differenza di potenziale  $\Delta V$ , allora il lavoro fatto dal campo elettrico vale

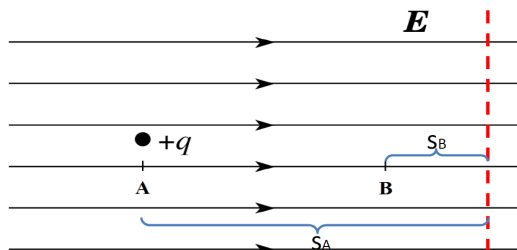
$$W_{AB} = -q\Delta V \quad (8)$$

Si noti che per calcolare il lavoro non è stato necessario sapere il tragitto fatto dalla carica, è bastato sapere solo la differenza di potenziale tra i punti finale e iniziale del percorso. Si può inoltre notare che le cariche positive cercano di spostarsi verso punti con potenziale sempre più basso, mentre le cariche negative fanno il contrario. Se si disegna il grafico del potenziale si può immaginare che le cariche positive cerchino di scivolare verso il punto più basso della curva, mentre quelle negative tentano di risalire la curva verso il punto più alto.



### 3 E con il campo elettrico uniforme?

Nel caso di un campo elettrico  $E$  uniforme per definire l'energia potenziale non serve immaginare di portare la carica  $q$  all'infinito, ma piuttosto si sceglie la destinazione in maniera arbitraria; nel caso mostrato in figura, l'energia potenziale in  $A$  (o  $B$ ) è il lavoro che il campo svolge per portare la carica  $q$  fino alla posizione indicata con la riga tratteggiata rossa.



Si ha che

$$U_A = F s_A = q E s_A \quad U_B = F s_B = q E s_B \quad (9)$$

Anche qui, come prima,  $U_B$  è minore di  $U_A$ , poichè  $s_b < s_A$ . Il lavoro svolto dal campo elettrico per portare la carica  $q$  dal punto  $A$  al punto  $B$  vale

$$W_{AB} = -\Delta U = U_A - U_B = qEs_A - qEs_B = qE(s_A - s_B) = qE \cdot \overline{AB} \quad (10)$$

Anche qui energia potenziale e lavoro sono proporzionali alla carica di prova  $q$ . Seguendo la formula 7, la differenza di potenziale  $\Delta V$  è

$$\Delta V = V_B - V_A = -\frac{W_{AB}}{q} = -\frac{qE \cdot \overline{AB}}{q} = -E \cdot \overline{AB} \quad (11)$$

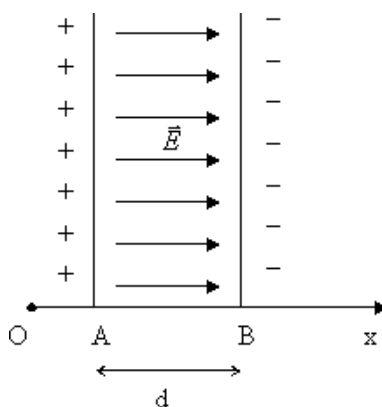
Questa formula può essere utilizzata per calcolare il campo elettrico:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s} = -\frac{V_B - V_A}{s_B - s_A} \quad (12)$$

Da questa formula si può dedurre tra l'altro che

- Il campo elettrico può avere come unità di misura  $V/m$  (del tutto equivalente ed interscambiabile con  $N/C$ );
- Se il campo elettrico è nullo allora anche la differenza di potenziale è nulla; se ne deduce che in un oggetto metallico (o comunque conduttore) il potenziale è costante, poichè il campo elettrico al suo interno è nullo.
- La direzione del campo elettrico rispecchia il calo del potenziale, cioè se il campo elettrico va verso destra allora il potenziale diventa sempre più basso in quella direzione (si ricordi per esempio che  $U_B < U_A$ ). Nella formula 12 questo fatto è rappresentato dal segno meno davanti al rapporto  $\Delta V/\Delta s$ .

Un esempio di quanto appena detto è mostrato nella figura seguente, che raffigura un condensatore piano:



Come direzione positiva scegliamo quella dell'asse delle ascisse in figura. La piastra  $A$  è carica positivamente, mentre la piastra  $B$  è carica negativamente; ne consegue che  $V_A > V_B$ , e quindi una ipotetica particella diretta da  $A$  a  $B$  (spostamento verso destra, direzione positiva) sente una differenza di potenziale  $\Delta V = V_B - V_A$  minore di zero. Il segno meno nella formula 12fa si che il campo elettrico sia positivo, cioè diretto verso destra. Questo risultato è coerente col fatto che il campo elettrico si dirige dalle cariche positive a quelle negative.

## 4 Il potenziale elettrico

Dai casi trattati finora si può capire che nel mondo reale ciò che si può osservare effettivamente sono differenze di potenziale, non valori assoluti di potenziale. Per associare un potenziale elettrico a un oggetto carico viene allora stabilito per convenzione un potenziale di riferimento, dopodichè si misura la differenza di potenziale tra l'oggetto e il livello di riferimento. Nel caso del campo prodotto da una carica puntiforme si può assumere come potenziale di riferimento quello che si trova a distanza infinita dalla carica:

$$V_A = \frac{kQ}{r_A} - \frac{kQ}{r \rightarrow \infty} = \frac{kQ}{r_A} - 0 = \frac{kQ}{r_A} \quad (13)$$

Nei circuiti elettrici spesso i potenziali sono riferiti "a massa", cioè al potenziale del terreno o del contenitore metallico che racchiude i circuiti stessi.